

СИМВОЛНО ЛОГИЧЕСКИ ЗАКОНИ

1. $(A \rightarrow B) \cdot A \rightarrow B$
2. $(A \rightarrow B) \cdot (B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C)$
3. $(A \vee B) \cdot \bar{A} \rightarrow B$
4. $(A \cdot B) \rightarrow A$
5. $(A \rightarrow B) \cdot \bar{B} \rightarrow \bar{A}$
6. $(A \cdot B) \cdot C \rightarrow A \cdot (B \cdot C)$
7. $(A \vee B) \vee C \rightarrow A \vee (B \vee C)$
8. $A \cdot (B \vee C) \rightarrow A \cdot B \vee A \cdot C$
9. $A \vee (B \cdot C) \rightarrow (A \vee B) \cdot (A \vee C)$
10. $\overline{A \vee B} \rightarrow \bar{A} \cdot \bar{B}$
11. $\overline{A \cdot B} \rightarrow \bar{A} \cdot \bar{B}$
12. $A \vee A \rightarrow A$
13. $A \cdot A \rightarrow A$

ЗАКОНИ НА ДЕ МОРГАН

1. $(A \rightarrow B) \leftrightarrow (\bar{A} \vee B) \leftrightarrow \overline{A \cdot \bar{B}}$
2. $(\bar{A} \rightarrow B) \leftrightarrow (A \vee B) \leftrightarrow \overline{\bar{A} \cdot \bar{B}}$
3. $(A \rightarrow \bar{B}) \leftrightarrow (\bar{A} \vee \bar{B}) \leftrightarrow \overline{A \cdot B}$
4. $(\bar{A} \rightarrow \bar{B}) \leftrightarrow (A \vee \bar{B}) \leftrightarrow \overline{\bar{A} \cdot B}$
5. $\overline{(A \rightarrow B)} \leftrightarrow \overline{(\bar{A} \vee B)} \leftrightarrow A \cdot \bar{B}$
6. $\overline{(\bar{A} \rightarrow B)} \leftrightarrow \overline{(A \vee B)} \leftrightarrow \bar{A} \cdot \bar{B}$
7. $\overline{(A \rightarrow \bar{B})} \leftrightarrow \overline{(\bar{A} \vee \bar{B})} \leftrightarrow A \cdot B$
8. $\overline{(\bar{A} \rightarrow \bar{B})} \leftrightarrow \overline{(A \vee \bar{B})} \leftrightarrow \bar{A} \cdot B$

ДОКАЗАТЕЛСТВОНА ЗАКОНИТЕ НА ДЕ МОРГАН

Законите на Де Морган са изключително полезни, когато ни се налага да “разчупим” линията на отрицанието. Освен това тяхното обосноваване е чудесен пример за комбинирано приложение на графичния и табличния метод за проверка стойността на сложни логически изрази. В следващите няколко реда ще се опитам под формата на доказателство на произволна еквивалентна тройка от законите на Де Морган да онагледа това.

И така, нека вземем следното твърдение:

$$(A \rightarrow \bar{B}) \leftrightarrow (\bar{A} \vee \bar{B}) \leftrightarrow \overline{A \cdot B}$$

Това, което прави впечатление на пръв поглед е наличието на повече от една операция, която има основание да се определи като главна константа в израза - \leftrightarrow . Това затруднение може да се преодолее, като се разгледат поетапно отделните съставни променливи:

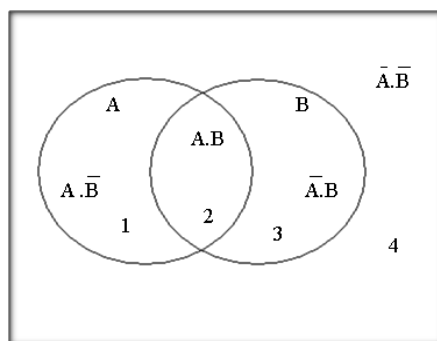
- $A \rightarrow \bar{B}$;
- $\bar{A} \vee \bar{B}$;
- $\overline{A \cdot B}$.

Резултатите от този анализ се съпоставят и се формира извод, който или потвърждава еквивалентността, или я отрича.

Табличната проверка на $A \rightarrow \bar{B}$ ще има следния вид:

	<i>A</i>	<i>B</i>	\bar{B}	$A \rightarrow \bar{B}$
A	И	И	Н	Н
B	И	Н	И	И
C	Н	И	Н	И
D	Н	Н	И	И
	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>

Построяваме графичен модел на операцията



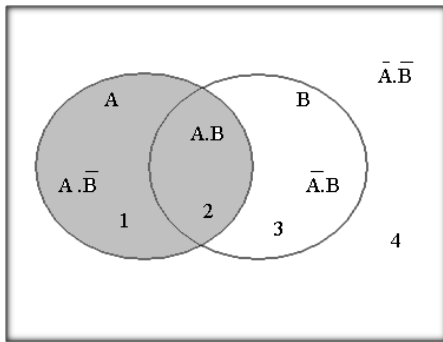
- Където:
- $1 = A \cdot \bar{B}$;
 - $2 = A \cdot B$;
 - $3 = \bar{A} \cdot B$;
 - $4 = \bar{A} \cdot \bar{B}$.

В модела:

- променлива $A = 1 + 2$ и $\bar{A} = 3 + 4$;
- променлива $B = 2 + 3$ и $\bar{B} = 1 + 4$.

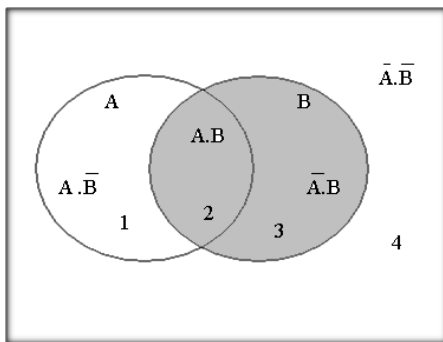
Графично това изглежда по този начин:

Променлива A :



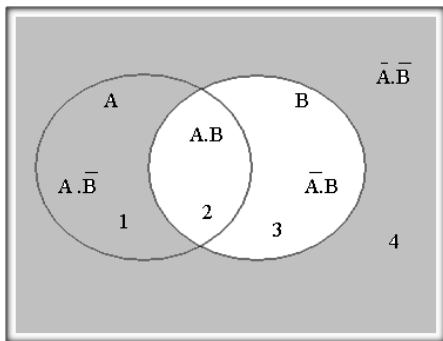
	A
A	И
B	И
C	Н
D	Н
	I

Променлива B :



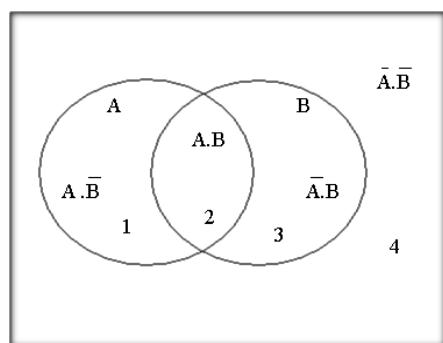
	B
A	И
B	Н
C	И
D	Н
	2

Променлива \bar{B} :



	\bar{B}
A	Н
B	И
C	Н
D	И
	3

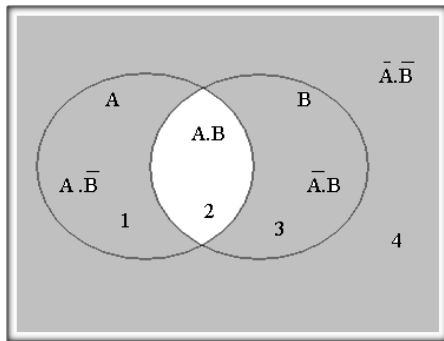
Операция $A \rightarrow \bar{B}$



Съгласно условието за истинност импликацията не е истина, когато antecedента е истина и едновременно консеквента не е истина. Тази вероятност се удовлетворява единствено в сектор 2, защото:

$$A \rightarrow \bar{B} \leftrightarrow A \cdot \bar{B} \leftrightarrow A \cdot B$$

Графично може да се представи така:



	A	\bar{B}	$A \rightarrow \bar{B}$
A	И	Н	Н
B	И	И	И
C	Н	Н	И
D	Н	И	И
	1	3	4

Таблицата за истинност онаглеждава същото правило. От нея ясно се вижда, че

импликацията е истина, когато:

$$A \cdot \bar{B} = \text{сектор } 1$$

$$\bar{A} \cdot \bar{B} = \bar{A} \cdot B = \text{сектор } 3$$

$$\bar{A} \cdot B = \text{сектор } 4$$

$A \rightarrow \bar{B}$ няма да е истина само когато: $A \cdot \bar{B} = A \cdot B = \text{сектор } 2$.

Но това е единствената вероятност, когато отрицанието на конюнкцията $A \cdot B = \text{Н}$.

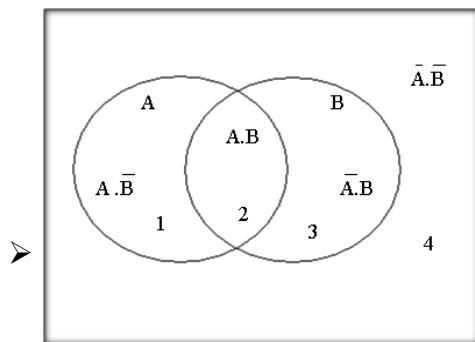
Следователно, имаме основание да твърдим, че:

$$A \rightarrow \bar{B} \leftrightarrow \overline{A \cdot B}$$

Табличната проверка на $\bar{A} \vee \bar{B}$ ще има следния вид:

	A	\bar{A}	B	\bar{B}	$\bar{A} \vee \bar{B}$
A	И	Н	И	Н	Н
B	И	Н	Н	И	И
C	Н	И	И	Н	И
D	Н	И	Н	И	И
	1	2	3	4	5

Построяваме графичен модел на операцията



Където:

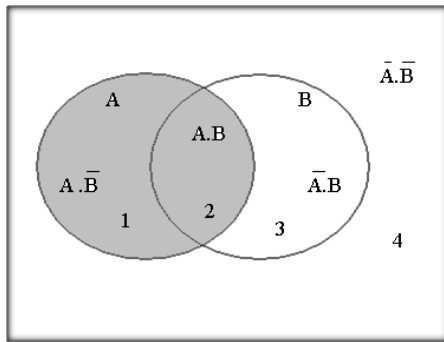
- $1 = A \cdot \bar{B}$;
- $2 = A \cdot B$;
- $3 = \bar{A} \cdot B$;
- $4 = \bar{A} \cdot \bar{B}$.

В модела:

- променлива $A = 1 + 2$ и $\bar{A} = 3 + 4$;
- променлива $B = 2 + 3$ и $\bar{B} = 1 + 4$.

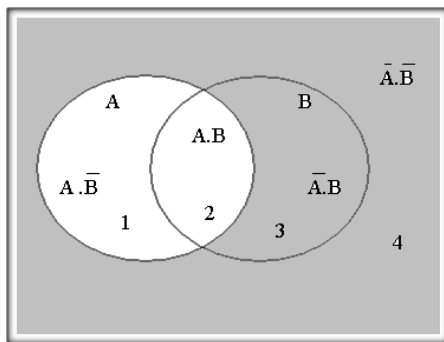
Графично това изглежда по този начин:

Променлива A :



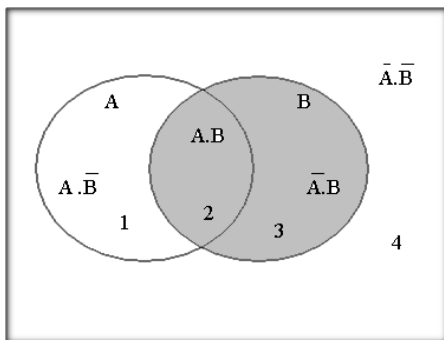
A
И
И
Н
Н
I

Променлива A :



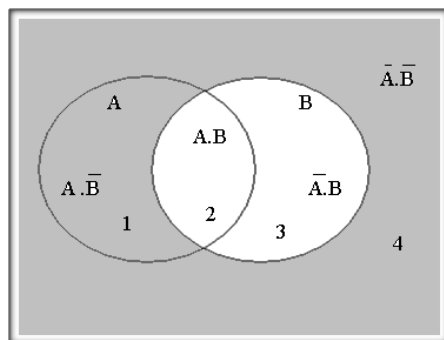
\bar{A}
Н
Н
И
И
2

Променлива B :



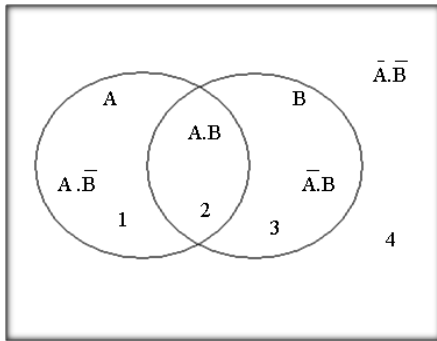
B
И
Н
И
Н
3

Променлива \bar{B} :



\bar{B}
Н
И
Н
И
4

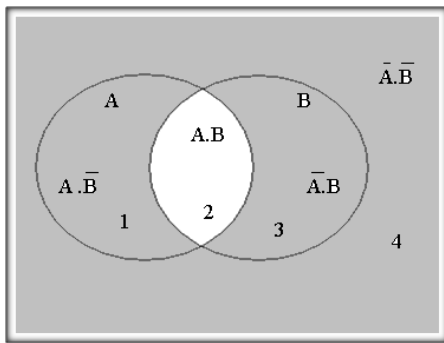
Операция $\bar{A} \vee \bar{B}$



Съгласно условието за истинност на включваща дизюнкция не е истина, когато операндите са едновременно неистина. Тази вероятност се удовлетворява единствено в сектор 2, защото:

$$\begin{matrix} A & B \\ \cong & \cong \\ \bar{A} \cdot \bar{B} & \leftrightarrow A \cdot B \end{matrix}$$

Графично може да се представи така:



	\bar{A}	\bar{B}	$\bar{A} \vee \bar{B}$
A	Н	Н	Н
B	Н	И	И
C	И	Н	И
D	И	И	И
	2	4	5

Таблицата за истинност онагледява същото правило. От нея ясно се вижда, че включваща дизюнкция е истина, когато:

$$A \cdot \bar{B} = \text{сектор 1}$$

$$\bar{A} \cdot \bar{B} = \bar{A} \cdot B = \text{сектор 3}$$

$$\bar{A} \cdot B = \text{сектор 4}$$

$$\bar{A} \vee \bar{B} \text{ няма да е истина само когато: } \begin{matrix} A & B \\ \cong & \cong \\ \bar{A} \cdot \bar{B} & \leftrightarrow A \cdot B \end{matrix} = \text{сектор 2.}$$

Но това е единствената вероятност, когато отрицанието на конюнкцията $A \cdot B = \text{Н}$.

Следователно, имаме основание да твърдим, че:

$$\bar{A} \vee \bar{B} \leftrightarrow \overline{A \cdot B}$$

И така, по безспорен начин бе доказано, че: $A \rightarrow \bar{B} \leftrightarrow \overline{A \cdot B}$ и $\bar{A} \vee \bar{B} \leftrightarrow \overline{A \cdot B}$.

Съгласно закона за транзитивност, познат от математиката – “Ако $a = b$, $a = c$, то $a = c$ ” – можем да направим извода:

$$A \rightarrow \bar{B} \leftrightarrow \bar{A} \vee \bar{B}$$

От тук следва:

$$(A \rightarrow \bar{B}) \leftrightarrow (\bar{A} \vee \bar{B}) \leftrightarrow \overline{A \cdot B},$$

което бе отправното положение в разсъжденията..

(Аналогично могат да се докажат и другите закони на Де Морган!)