

РАВНОЗНАЧНОСТ НА ЛОГИЧЕСКИТЕ ИЗРАЗИ НА КОНЮНКЦИЯТА

1. $A \cdot B \leftrightarrow B \cdot A$
2. $A \cdot B \leftrightarrow \overline{\overline{A \cdot B}}$
3. $A \cdot B \leftrightarrow A \rightarrow \overline{B}$

РАВНОЗНАЧНОСТ НА ЛОГИЧЕСКИТЕ ИЗРАЗИ НА ВЛКЮЧВАЩАТА ДИЗЮНКЦИЯ

1. $A \vee B \leftrightarrow B \vee A$
2. $A \vee B \leftrightarrow \overline{\overline{A \cdot B}}$
3. $A \vee B \leftrightarrow \overline{A} \rightarrow B$

РАВНОЗНАЧНОСТ НА ЛОГИЧЕСКИТЕ ИЗРАЗИ НА ИМПЛИКАЦИЯТА

1. $A \rightarrow B \leftrightarrow \overline{\overline{A \cdot B}}$
2. $A \rightarrow B \leftrightarrow \overline{A} \vee B$
3. $A \rightarrow B \leftrightarrow \overline{B} \rightarrow \overline{A}$

РАВНОЗНАЧНОСТ НА ЛОГИЧЕСКИТЕ ИЗРАЗИ НА ЕКВИВАЛЕНТНОСТТА

1. $(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow \overline{\overline{A \cdot B}}$
2. $(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow (A \rightarrow B) \cdot (B \rightarrow A)$
3. $(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow \overline{(A \cdot \overline{B}) \cdot (B \cdot \overline{A})}$
4. $(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow A \cdot B \vee \overline{A} \cdot \overline{B}$
5. $(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow \overline{(\overline{A} \vee B) \cdot (A \vee \overline{B})}$
6. $(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow \overline{(A \rightarrow B) \rightarrow (B \rightarrow A)}$
7. $(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow (B \leftrightarrow A)$
8. $(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow (\overline{A} \leftrightarrow \overline{B})$

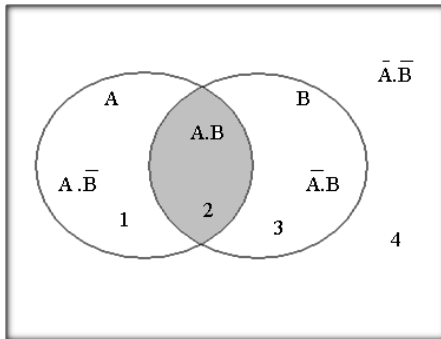
ГРАФИЧНО ПРЕДСТАВЯНЕ РАВНОЗНАЧНОСТТА НА ЛОГИЧЕСКИТЕ ИЗРАЗИ

ПРИМЕР:

Да вземем един от равнозначните изрази:

$$A \cdot B \leftrightarrow \overline{A \rightarrow \overline{B}}$$

Вече знаем, че $A \cdot B$ има следното графично изразяване:



Където:

- сектор 1 = $A \cdot \overline{B}$;
- сектор 2 = $A \cdot B$;
- сектор 3 = $\overline{A} \cdot B$;
- сектор 4 = $\overline{A} \cdot \overline{B}$.

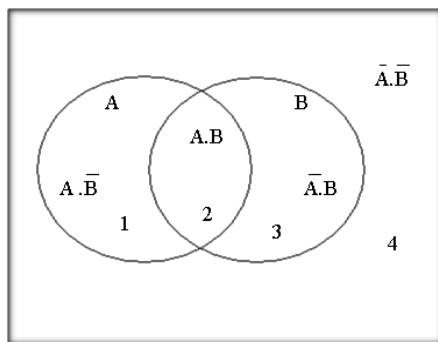
В модела:

- променлива $A = 1 + 2$ и $\overline{A} = 3 + 4$;
- променлива $B = 2 + 3$ и $\overline{B} = 1 + 4$.

Поради това заштриховаме сектор 2, който удовлетворява условието за истинност на конюнкция.

Да разгледаме дясната страна на равнозначния израз - $\overline{A \rightarrow \overline{B}}$.

Построяваме графичен модел.



Където:

- сектор 1 = $A \cdot \overline{B}$;
- сектор 2 = $A \cdot B$;
- сектор 3 = $\overline{A} \cdot B$;
- сектор 4 = $\overline{A} \cdot \overline{B}$.

В модела:

- променлива $A = 1 + 2$ и $\overline{A} = 3 + 4$;
- променлива $B = 2 + 3$ и $\overline{B} = 1 + 4$.

Съгласно условията за истинност на импликация

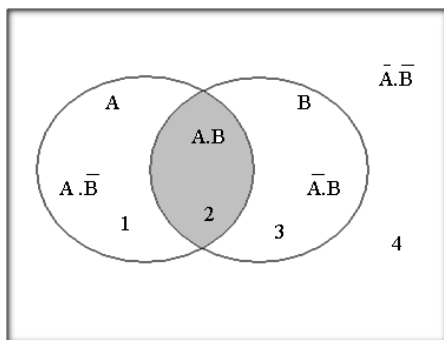
$$\overline{A \rightarrow \overline{B}} = \overline{\overline{A} \vee \overline{B}} = \overline{(3 + 4) + (1 + 4)} = \overline{(1 + 3 + 4)} = 2 = A \cdot B$$

$$\overline{A \rightarrow \overline{B}} = \overline{\overline{A} \vee \overline{B}}$$

Заместваме стойностите на A и B и техните отрицания, като сума от сектори в израза:

$$\overline{A \rightarrow \overline{B}} = \overline{\overline{A} \vee \overline{B}} = \overline{(3 + 4) + (1 + 4)} = \overline{(1 + 3 + 4)} = 2 = A \cdot B$$

Построяваме графичното решение:



Така установяваме равнозначността на двата израза.

Следователно:

$$A \cdot B \leftrightarrow \overline{A \rightarrow \overline{B}}$$

Аналогично се решават и другите случаи на равнозначност.

ТАБЛИЧНА ПРОВЕРКА РАВНОЗНАЧНОСТТА НА ЛОГИЧЕСКИТЕ ИЗРАЗИ

ПРИМЕР:

Нека да извършим таблична проверка на израза:

$$A \vee B \leftrightarrow \bar{A} \rightarrow B$$

За да изградим таблицата за истинност трябва да знаем броя на комбинациите, които ще изследваме. Определяме ги по формулата:

$$n = 2^k, \text{ където}$$

n - брой на комбинациите за проверка;

2 - възможните състояния, които заема една променлива величина;

k - брой на променливите в израза.

В нашия случай променливите са две - A и B , което съгласно формулата определя 4 комбинации за проверка истинността на израза.

От тук нататък всяка таблична проверка следва алгоритъма:

- Определяне на главна константа в израза;
- Построяване на таблица;
- Разполагане компонентите на израза, като не пропускаме първо да посочим променливите;
- Задаване стойности на променливите величини;
- Поетапно решаване на израза, съгласно условията за истинност на операциите.

Главната константа в израза се посочва със стрелка.

$$A \vee B \overset{\downarrow}{\leftrightarrow} \bar{A} \rightarrow B$$

Необходимо е да определим броя на колоните в таблицата. За целта разлагаме сложните изрази на променливи.

- A
- B
- $A \vee B$
- $\bar{A} \rightarrow B$
- \bar{A} - променлива в рамките на съставната променлива величина $\bar{A} \rightarrow B$

Построяваме таблица, която ще съдържа 6 колони и 5 реда. На първия ред разполагаме променливите и главната константа в израза.

| A | B | \bar{A} | A \vee B | A \vee B $\overset{\downarrow}{\leftrightarrow}$ $\bar{A} \rightarrow B$ | $\bar{A} \rightarrow B$ |
|---|---|-----------|------------|--|-------------------------|
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 6 | 5 |

Попълваме стойностите на несъставните променливи:

| A | B | \bar{A} | A \vee B | A \vee B $\overset{\downarrow}{\leftrightarrow}$ $\bar{A} \rightarrow B$ | $\bar{A} \rightarrow B$ |
|---|---|-----------|------------|--|-------------------------|
| И | И | Н | | | |
| И | Н | Н | | | |
| Н | И | И | | | |
| Н | Н | И | | | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 6 | 5 |

Където:

$$3 = \bar{1}.$$

Следва попълване стойностите на съставните променливи, съгласно правилата за истинност на операциите, които ги изграждат:

| A | B | \bar{A} | $A \vee B$ | $A \vee B \overset{\downarrow}{\Leftrightarrow} \bar{A} \rightarrow B$ | $\bar{A} \rightarrow B$ |
|----------|----------|-----------|------------|--|-------------------------|
| И | И | Н | И | | |
| И | Н | Н | И | | |
| Н | И | И | И | | |
| Н | Н | И | Н | | |
| <i>1</i> | <i>2</i> | <i>3</i> | <i>4</i> | <i>6</i> | <i>5</i> |

$$4 = 1 \vee 2$$

и

| A | B | \bar{A} | $A \vee B$ | $A \vee B \overset{\downarrow}{\Leftrightarrow} \bar{A} \rightarrow B$ | $\bar{A} \rightarrow B$ |
|----------|----------|-----------|------------|--|-------------------------|
| И | И | Н | И | | И |
| И | Н | Н | И | | И |
| Н | И | И | И | | И |
| Н | Н | И | Н | | Н |
| <i>1</i> | <i>2</i> | <i>3</i> | <i>4</i> | <i>6</i> | <i>5</i> |

$$5 = 3 \rightarrow 2$$

Прилагаме правилата за истинност относно главната константа:

| A | B | \bar{A} | $A \vee B$ | $A \vee B \overset{\downarrow}{\Leftrightarrow} \bar{A} \rightarrow B$ | $\bar{A} \rightarrow B$ |
|----------|----------|-----------|------------|--|-------------------------|
| И | И | Н | И | И | И |
| И | Н | Н | И | И | И |
| Н | И | И | И | И | И |
| Н | Н | И | Н | И | Н |
| <i>1</i> | <i>2</i> | <i>3</i> | <i>4</i> | <i>6</i> | <i>5</i> |

$$6 = \Leftrightarrow 5 .$$

Формулираме извода:

ИЗВОД:

Изразът: $A \vee B \overset{\downarrow}{\Leftrightarrow} \bar{A} \rightarrow B$ е аналитично положение. Следователно $A \vee B$ е равнозначен израз на $\bar{A} \rightarrow B$.

Аналогично се решават всички случаи на таблична проверка истинността на логически изрази.